Risposte ai Giochi della Finale nazionale del 14 Maggio 2005

1 I VOTI DI MICHEL

Si può costruire un “albero”, con tutti i possibili casi (le “ramificazioni”).

Ad esempio, se il primo voto è 8, il secondo è necessariamente 4. Per il terzo voto, abbiamo due possibilità (che dovremo poi seguire nel loro sviluppo): può essere un 2 o un 12.

Continuando così, si vede che Michel –questo mese- ha avuto al massimo 6 voti di Matematica.

2 LA CORSA CAMPESTRE

In un minuto, Carla conta 100 battiti, Milena ne conta 72; sono 90 per Rosi e 110 per Desiderio. È Milena allora ad avere il polso più lento, seguita (nell’ordine) da Rosi, Carla e Desiderio.

3. L’ETÀ DI LUCA

Indicati con l, c, a le età ,rispettivamente, di Luca, Chiara e Anna abbiamo:

$l+c+a=60$, $a=c-1$

da cui ricaviamo: $l+2c=61$.

Ora teniamo presente che a e c sono numeri interi maggiori di 10 (con c multiplo di 6), mentre $l<10$. Dando a c i valori compatibili con queste condizioni ($c=12$, $c=18$, ecc.), si trova la soluzione $c=30$, a cui corrisponde $l=1$: Luca ha 1 anno.

4 LE CONCHIGLIE DI JACOB

Si distinguono vari casi: che il valore minimo (53) sia quello di due scatole (per esempio blu e verde) o di una sola (bianca) e 57 sia il numero di conchiglie presenti in due scatole o in una sola. Alla fine, si trova che (al minimo) la scatola con il maggior numero di conchiglie ne ha 60.

5. IL CACTUS

Il modo più semplice per rispondere alla domanda è forse quello di continuare il disegno del testo, rappresentando il cactus alla fine del sesto anno (prima della fioritura). Si contano in totale 79 germogli.

6. **IL GIRO DELLE DIFFERENZE**

1 6 11 5 10 4 9 3 8 2 7

(o nel senso inverso)

7. I QUATTRO NUMERI MISTERIOSI

Indicati con x,y,z,t rispettivamente i simboli di quadri, cuori, fiori, picche e con a il valore * otteniamo il sistema:

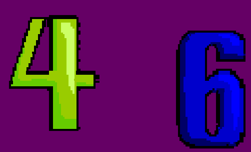
y+4=a
z-4=a
4t=a
x=4a
x+y+z+t=100

che dà a=16. Seguono:

x=64, y=12, z=20, t=4.

8. DICA 46 !

Otteniamo subito l'equazione xyz=46(x+y+z).



Sappiamo che z può assumere solo i valori pari: 0,2,4,6,8 mentre il numero xyz è un multiplo di 23. Esaminando tutti i casi possibili (da 23*6=138 fino a 23*42=966), si constata che le soluzioni possibili sono 13.

9. NUOVE GENERAZIONI

La soluzione ottimale, rispetto alla richiesta avanzata nel testo, si ottiene scegliendo come prima coppia di numeri 0 e 5 (oppure 5 e 5).

In entrambi i casi, il "periodo" è di tre cifre.

10 IL COMPLEANNO DI MARCO

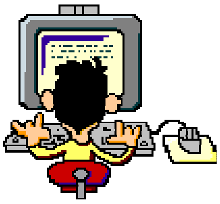
Le prime due cifre dell'anno di nascita di Marco sono sicuramente 1 e 9; il loro prodotto 9, è il quadrato di 3. Allora, perché il prodotto delle cifre dell'anno sia un quadrato perfetto occorre che tale risulti anche il prodotto delle due ultime cifre.

Considerando i vari casi possibili (1911, 1914, 1922, ecc.). Si trova che le tre soluzioni sono date da 1988, 1994, 1999. Ad esempio, il prodotto delle cifre di 1988 è il quadrato di 24; se Marco è nato nel 1988, adesso ha 17 anni e l'equazione 17+x=24 dà x=7 e individua quindi l'anno 2012.

Ragionando allo stesso modo per il 1994 e il 1999, si trova che le risposte alla domanda del testo sono due: 2012 e 2026.

11 FATE 94!

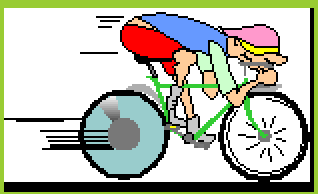
La prima idea che può venire in mente è quella di sommare i primi n numeri interi positivi. Se li sommiamo in numero di 13, otteniamo 91.



Allora una prima soluzione è data da 1,2,3, …, 10,11,12,16. Lavorando su questa, otteniamo le altre due soluzioni: 1,2,3, …, 10,11,13,15 e 1,2,3, …, 10,12,13,14.

12 I CAMPIONATI DEL MONDO DI CICLISMO

Indicate con v e w le velocità, rispettivamente, di Angelo e di Renato e con k il numero di giri (non necessariamente intero) compiuti da Renato in un minuto abbiamo:



$v=120(k+1)$, $w=120k$
da cui, sottraendo membro a membro, ricaviamo $v-w=120$.

L'informazione che Angelo e Renato si incrociano ogni 20 secondi (correndo in senso opposto) porta all'uguaglianza $v/3+w/3=360$.

Risolvendo il sistema formato dalle due uguaglianze così ottenute, si ottiene $v=600$: la velocità di Angelo è 600 m/min ovvero di 10 m/s.

13 SIAMO NEL 2005

24 046 868

14 VENTAGLIO

Indicati con A, B, C gli angoli acuti dei tre triangoli rettangoli (la cui somma è uguale a 45°) e con a, b e c i cateti maggiori degl i stessi triangoli, abbiamo:

$tgC=tg(45°-A-B)=1/c$;
$tg(A+B)=(a+b)/(ab-1)$.

Sviluppando la prima (con le formule di sottrazione della tangente) e sostituendo il valore dato dalla seconda uguaglianza, otteniamo alla fine:

$c=(ab-1+a+b)/(ab-1-a-b)$

dove a, b, c sono tre numeri interi, maggiori di 1 e diversi tra di loro. Utilizzando queste ultime informazioni nell'uguaglianza che assegna il valore di c, si ottengono per (a, b, c) le due soluzioni (2, 4, 13) e (2, 5 8).