

Finale nazionale di giochi matematici 2004

Milano 15 maggio

1.LA PARTITA DI BOCCE

Anna e Chiara hanno giocato al minimo 11 turni

Anna deve aver vinto almeno 7 partite di cui 6 da 2 punti e una da 1 punto. Chiara deve aver vinto almeno 4 partite di cui 3 da 2 punti e una da 1 punto.



2. I SORCI VERDI

I cinque topolini verdi sono disposti in questo ordine

Betty, Desiderio, Enrico, Carla e Angelo.



3. L'ORSACCHIOTTO

L'orsacchiotto di Luca pesa 460 grammi

4.QUANTI OTTO!

Il calcolo da ricostruire è: $868 = 98 \times 8 + 84$.



5.NUMERI E CIFRE



Il codice di Jacob è 186

Ponendo attenzione alla differenza tra numero e cifra e indicando con a-b-c rispettivamente le cifre delle centinaia, delle decine e delle unità, dal testo del problema si ricava:

$$N=100a+10b+c$$

$$a+b+c=15$$

$$10a+b=3c.$$

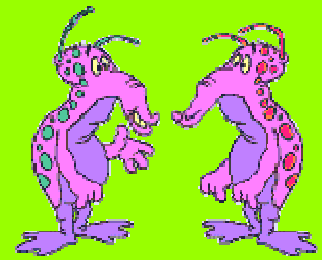
Da queste, esplicitando la cifra delle centinaia, si ottiene:

$$a= (45-4b)/13.$$

L'unica cifra che si può attribuire alla lettera **b** e che rende **a** intera è 8. Da cui si ricava **a=1** e **c= 6**.

6.IN DIRETTA DA MARTE

Il giorno successivo è il **27 febbraio**



7.IL SEGRETO DELLA SCALA

Ci sono **16** tipi diversi di scale

Indichiamo con P la profondità, con H l'altezza e con D la differenza tra la profondità e l'altezza (ricordando la relazione $H \leq P < 2H$): $P=H+D$

La somma $2H+P$ (equivalente a $3H+D$) può assumere tre valori: 62 o 63 o 64

Indichiamo allora con

a: $3H+D=62$ da cui $H=(62-3D)/3$

b: $3H+D=63$ da cui $H=(63-3D)/3$

c: $3H+D=64$ da cui $H=(64-3D)/3$

Nella tabella vengono riportati i valori di D, H e P che soddisfano le condizioni

a. $D=2H=20P=22$

$D=5H=19P=24$

$D=8H=18P=26$

$$D=11H=17P=28$$

$$D=14H=16P=30$$

$$b.D=0H=21P=21$$

$$D=3H=20P=23$$

$$D=6H=19P=25$$

$$D=9H=18P=27$$

$$D=12H=17P=29$$

$$D=15H=16P=31$$

$$c.D=1H=21P=22$$

$$D=4H=20P=24$$

$$D=7H=19P=26$$

$$D=10H=18P=28$$

$$D=13H=17P=30$$

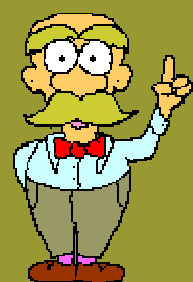
		PROFONDITA'										
		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
A	16										a	b
L	17								a	b	c	
T	18						a	b	c			
E	19				a	b	c					
Z	20		a	b	c							
Z	21	b	c									

8. AMICI PER LA PELLE

Gli amici, al massimo, sono 6

Osservando che $2004:18=111,3..$ e $2004:19=105,4$, vediamo che soddisfano la condizione i numeri interi maggiori di 105,4 e minori di 111,3:

106 – 107 – 108 – 109 – 110 - 111



9.I NUMERI DI NANDO

La somma palindroma ottenuta da Nando è **1881**

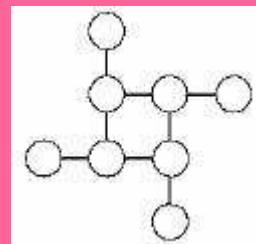
Alcuni esempi dei tre numeri: $986+574+321=1881$ $1946+153+782=1881$. Si possono scambiare tra loro le cifre delle centinaia, quelle delle decine e/o quelle delle unità. La somma è sempre 1881.



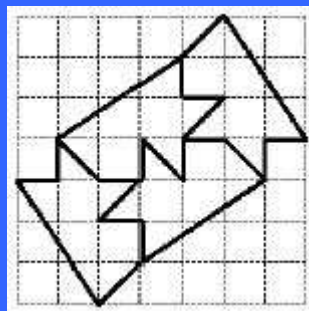
110.GLI OTTO NUMERI

Il problema ammette 6 soluzioni:

36 – 80 – 120 – 224 – 480 – 1008



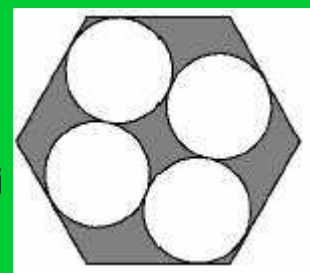
11.UNA SPARTIZIONE ANGOLOSA



12.ALTA GASTRONOMIA

Il lato del tavolo esagonale è lungo **280** mm.

Disegniamo la diagonale dell'esagono passante per i centri di due cerchi opposti ed un asse dell'esagono passante per i centri degli altri cerchi. Indichiamo con C il loro punto di intersezione (centro della figura), con P il punto della diagonale centro di uno dei cerchi, con Q il punto sull'asse centro di un cerchio, con A il vertice sul prolungamento di CP, con B il punto medio del lato sul prolungamento di CQ e con D il punto di tangenza della circonferenza di centro P con il lato dell'esagono.



Il segmento PD raggio del cerchio misura $2\frac{1}{2}$ cm (indichiamolo con la lettera r),

Chiamiamo con x il lato dell'esagono.

$$AC = x$$

$$CB = (x/2) \sqrt{3}$$

$$CQ = CB - r = (x/2) \sqrt{3} - r$$

$$AP = (r/\sqrt{3})x$$

$$CP = CA - AP = x - (r/\sqrt{3})x$$

$$PQ = 2r$$

Applicando il Teorema di Pitagora nel triangolo CPQ si ha:

$$CQ^2 + CP^2 = PQ^2$$

da cui otteniamo:

$$21x^2 - 28\sqrt{3}rx - 20r^2 = 0.$$

Eliminando la soluzione negativa e sostituendo il valore di r si ottiene :

$$x = 7\sqrt{3} + 6\sqrt{7}.$$

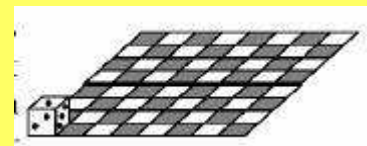
Applicando la sostituzione suggerita per le due radici, si ottiene $x = 28$. Il lato dell'esagono è di 28 cm pari a 280 mm.



13.IL DADO SULLA SCACCHIERA

Il dado può raggiungere **15** caselle

Chiamiamo "operatore" l'insieme dei movimenti che, seguendo le regole, riportano il dado allo stesso orientamento iniziale. Nella descrizione dell'operatore si usano le lettere **d** per indicare una rotazione verso destra e la lettera **a** per una rotazione avanti



Esistono sei operatori:

1. dddd
2. ddadda
3. dadada
4. aaaa
5. aadaad



6. daaadadda

Combinando opportunamente i sei operatori si possono raggiungere 15 caselle.

			4.3		5.3		3.1.4
				4.2		3.3	
					6		2.3
4		5		1.4		1.5	
			3				1.3
				2			
P				1			

14. IL MULTIPLO DI QUEST'ANNO

Il multiplo richiesto è **42244442244**

Per risolvere possiamo predisporre una tabella con cui poi lavorare:

$$1 \times 2004 = 2004$$

$$2 \times 2004 = 4008$$

$$3 \times 2004 = 6012$$

$$4 \times 2004 = 8016$$

$$5 \times 2004 = 10020$$

$$6 \times 2004 = 12024$$

$$7 \times 2004 = 14028$$

$$8 \times 2004 = 16032$$

$$9 \times 2004 = 18036$$



Il primo multiplo di 2004 scritto con le sole cifre 2 e 4 è 222444 cioè 111×2004 . Usando la tabella proposta si può seguire il seguente schema:

2	0	0	4			<i>2004x100</i>
	2	0	0	4		<i>2004x 10</i>
		2	0	0	4	<i>2004x 1</i>
2	2	2	4	4	4	TOTALE

Questo primo multiplo può essere moltiplicato per 1000001 trovando 222444222444 cioè un multiplo di 2004 di 12 cifre; è possibile trovare un multiplo con meno di 12 cifre?

Usando la tabella riusciamo a trovare il numero richiesto

4	0	0	8								2004 x 20000000
	2	0	0	4							2004 x 1000000
		0	0	0	0						2004 x 000000
		1	6	0	3	2					2004 x 80000
				0	0	0	0				2004 x 0000
					0	0	0	0			2004 x 000
					1	2	0	2	4		2004 x 20
							2	0	0	4	2004 x 1
4	2	2	4	4	4	4	2	2	4	4	TOTALE

$$2004 \times 21080021 = 42244442244$$